

Name, Matrikelnummer: _____

Aufgabe 1: (15 Punkte)

Markieren Sie die von Ihnen gewählte Antwort eindeutig. Bitte beachten Sie, dass mehrere Antworten richtig sein können. Falschantworten führen nicht zu Punktabzug bei anderen Aufgabenteilen.

- a) Die Lösung der Differentialgleichung $\dot{x} = x$ mit $x(0) = 1$ lautet: **(1 Punkt)**

☐ $x(t) = e^t$

☐ $x(t) = e^{-t}$

Lösung:

$x(t) = e^t$, lässt sich durch Einsetzen in die DGL überprüfen.

- b) Die Stabilität eines linearen Übertragungsgliedes ist unabhängig von seinem Zählerpolynom. **(1 Punkt)**

☐ richtig

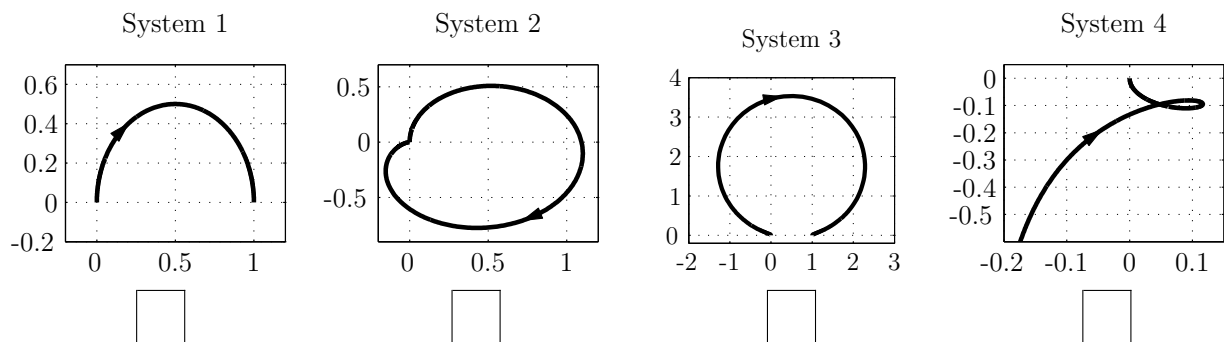
☐ falsch

Lösung:

Richtig, denn das Nennerpolynom bestimmt, welche Moden in der Lösung vorkommen.

- c) Gegeben sei das System $G(s) = \frac{5s}{(s+1)(3s+1)(s+1)}$.

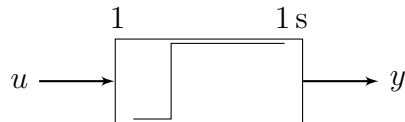
Welche der folgenden Ortskurven zeigt den Frequenzgang dieses Systems? **(3 Punkte)**



Lösung:

System 2: Es ist das einzige, das sowohl für $\omega \rightarrow 0$ als auch für $\omega \rightarrow \infty$ nicht überträgt. Es gibt nur dann Punkte, wenn ausschließlich die richtige Lösung markiert ist.

d) Für welches Übertragungsglied verwendet man folgendes Schaltzeichen? (1 Punkt)



- ☐ Proportionalglied
- ☐ Totzeitglied
- ☐ Integrator

Lösung:

Totzeitglied, siehe Hilfsblatt „Wichtige Übertragungsglieder“.

e) Kennzeichnen Sie Methoden zur Berechnung der Transitionsmatrix! (3 Punkte)

- ☐ Verfahren nach Cayley-Hamilton
- ☐ Hurwitz-Kriterium
- ☐ Gesetz von Nyquist
- ☐ Berechnung über Laplace-Transformation
- ☐ Berechnung über Jordan-Normalform

Lösung:

Cayley-Hamilton, Berechnung über Laplace-Transformation, Berechnung über Jordan-Normalform.

f) Ein Operator $L\{\cdot\}$ ist genau dann linear, wenn für alle x gilt: $\alpha L\{x\} = L\{\alpha x\}$. (2 Punkte)

☐

richtig

☐

falsch

Lösung:

*Falsch. Der Operator muss zusätzlich noch das Superpositionsprinzip erfüllen.
Gegenbeispiel: $y = \left(\int u^3 dt\right)^{1/3}$.*

g) Wie lautet die Laplace-Transformierte von $\ddot{y}(t)$? (1 Punkt)

☐ $s^2 Y(s) - y(0) - s \dot{y}(0)$ ☐ $s^2 Y(s) - \dot{y}(0) - s y(0)$

Lösung:

$s^2 Y(s) - \dot{y}(0) - s y(0)$. Siehe Hilfsblatt „Laplace-Transformation - Regeln und Sätze“.

h) Die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s^2 + 2}{-3s^2 - 4s - 2}$ ist stabil. (2 Punkte)

☐ richtig ☐ falsch

Lösung:

Stabil, denn das Nennerpolynom erfüllt die Vorzeichenbedingung (für Systeme 2. Ordnung hinreichend).

i) Die Zustandsraumdarstellung eines linearen zeitinvarianten dynamischen Systems ist bis auf die Wahl der Anfangsbedingungen eindeutig. (1 Punkt)

☐ richtig ☐ falsch

Lösung:

Falsch. Zustandsraumdarstellungen sind niemals eindeutig.

Aufgabe 2: (5 Punkte)

In dieser Aufgabe wird ein System in Zustandsraumdarstellung betrachtet:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad \underline{x}(0) = \underline{0} \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{x}.\end{aligned}$$

Untersuchen Sie mit einem geeigneten Verfahren das System auf asymptotische Stabilität!
Hinweis: Eine Eigenwertberechnung ist nicht erforderlich.

Lösung:

Das System ist in Regelungsnormalform gegeben. Die zugehörige Übertragungsfunktion lautet:

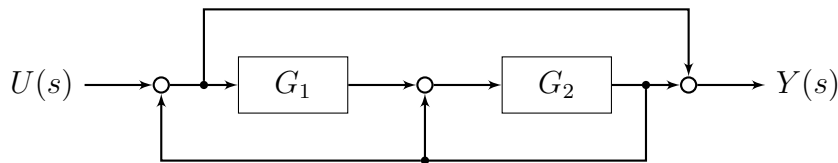
$$G(s) = \frac{1}{s^5 - 2s^4 - 1s^3 - s^2 - 3s - 2}.$$

Das Nennerpolynom verletzt das Vorzeichenkriterium. Damit ist das System nicht asymptotisch stabil.

*Für einen richtigen Ansatz gibt es **(2 Punkte)**, für eine richtige Berechnung/Begründung **(2 Punkte)**, für die richtige Stabilitätsaussage gibt es **(1 Punkt)**.*

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Geben Sie die Gesamtübertragungsfunktion $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ folgenden Netzwerkes ohne Doppelbrüche an.



Lösung:

Zunächst wird nun der Ausgang Y_2 von dem Block G_2 in Abhängigkeit von dem Eingang $U(s)$ bestimmt:

$$Y_2 = G_2 G_1 U(s) + G_2 G_1 Y_2(s) + G_2 Y_2(s) \quad (1)$$

$$= \frac{G_2 G_1}{1 - G_2 G_1 - G_2} U(s). \quad (2)$$

Daraus kann nun leicht der Gesamtausgang $Y(s)$ gebildet werden:

$$Y = U(s) + 2Y_2 \quad (3)$$

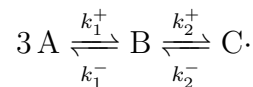
$$Y = \left(1 + 2 \frac{G_2 G_1}{1 - G_2 G_1 - G_2} \right) U(s) \quad (4)$$

$$= \underbrace{\frac{1 + G_2 G_1 - G_2}{1 - G_2 G_1 - G_2}}_{G(s)} U(s). \quad (5)$$

Für einen sinnvollen Rechenweg gibt es bis zu **(4 Punkte)**. Für eine korrekte Lösung ohne Doppelbrüche, z.B. (4) oder (5), gibt es weiterhin **(1 Punkt)**.

Aufgabe 4: (15 Punkte)

In dieser Aufgabe wird ein chemischer Reaktor betrachtet, der die Substanzen A, B und C enthält. Die Konzentrationen dieser Reaktanden werden bezeichnet als c_A , c_B und c_C . Zwischen ihnen finden folgende Reaktionen statt:



Dabei sind k_1^+ , k_1^- , k_2^+ und k_2^- konstante, positive Reaktionsparameter. Die Reaktionsraten können daraus berechnet werden als:

$$\begin{aligned} r_{AB} &= k_1^+ c_A^3 - k_1^- c_B \\ r_{BC} &= k_2^+ c_B - k_2^- c_C \end{aligned}$$

Aus einer Bilanzierung der Stoffmengen der drei Reaktanden folgt:

$$\begin{aligned} \frac{dc_A}{dt} &= -3 r_{AB} \\ \frac{dc_B}{dt} &= r_{AB} - r_{BC} \\ \frac{dc_C}{dt} &= r_{BC} \end{aligned}$$

- Schreiben Sie das obige Modell als nichtlineares Zustandsraummodell in der Form $\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x})$, $\underline{x}(0) = \underline{x}_0$, $y = g(\underline{x})$. Der Zustandsvektor $\underline{x}$ habe dabei die Komponenten $\underline{x} = [c_A, c_B, c_C]^T$. Der Ausgang sei die Konzentration der Komponente C. Das System befinde sich anfangs am Arbeitspunkt $\underline{x}_0 = [c_{A0}, c_{B0}, c_{C0}]^T$.
- Es sind nun folgende Reaktionsparameter gegeben: $k_1^+ = 1$, $k_1^- = 4$, $k_2^+ = 2$, $k_2^- = 1$. Von dem Arbeitspunkt, der $\underline{f}(\underline{x}_0) = \underline{0}$ erfüllt, ist lediglich eine Stoffkonzentration bekannt: $c_{A0} = 2$. Berechnen Sie die Konzentration der weiteren Reaktanden am Arbeitspunkt.
- Linearisieren Sie das Modell an einem allgemeinen Arbeitspunkt $\underline{x}_0 = [c_{A0}, c_{B0}, c_{C0}]^T$ für allgemeine Reaktionsparameter. Führen Sie dazu die Abstandsvariablen $\Delta \underline{x}$ ein mit $\Delta \underline{x} = \underline{x} - \underline{x}_0$. Schreiben Sie das System in Matrix-Vektor-Schreibweise. Beachten Sie, dass das System autonom ist, also keinen Eingang hat.
- Setzen Sie den bei b) gefundenen Arbeitspunkt und die Reaktionsparameter in das linearisierte Modell ein. Charakterisieren Sie die Stabilität des an diesem Arbeitspunkt linearisierten Modells!

Lösung:

- a) Die gesuchte Zustandsdarstellung **(2 Punkte)** mit Ausgang **(0.5 Punkte)** und Anfangsbedingung **(0.5 Punkte)** lautet:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -3(k_1^+ x_1^3 - k_1^- x_2) = -3k_1^+ x_1^3 + 3k_1^- x_2, \\ \dot{x}_2 &= (k_1^+ x_1^3 - k_1^- x_2) - (k_2^+ x_2 - k_2^- x_3) = k_1^+ x_1^3 - (k_1^- + k_2^+) x_2 + k_2^- x_3, \\ \dot{x}_3 &= k_2^+ x_2 - k_2^- x_3, \\ y &= x_3, \\ \text{mit } x_1(0) &= c_{A0}, \quad x_2(0) = c_{B0}, \quad x_3(0) = c_{B0}.\end{aligned}$$

- b) Am Arbeitspunkt ändert sich die Konzentration von Stoff A nicht mehr. Es gilt damit für c_{B0} **(1 Punkt)**:

$$-3k_1^+ c_{A0}^3 + 3k_1^- x_{20} = 0 \Rightarrow -3 \cdot 1 \cdot 2^3 + 3 \cdot 4 \cdot c_{B0} = 0 \Rightarrow c_{B0} = 2.$$

Setzt man Analog die Dynamikgleichung für Stoff C zu null, so folgt für c_{C0} **(1 Punkt)**:

$$k_2^+ c_{B0} - k_2^- c_{C0} = 0 \Rightarrow 2 \cdot 2 - 1 \cdot c_{C0} = 0 \Rightarrow c_{C0} = 4.$$

- c) Das linearisierte System lautet mit Ausgang und Anfangsbedingungen:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{x}_1 &= -3k_1^+ \cdot 3c_{A0}^2 \Delta x_1 + 3k_1^- \Delta x_2, \quad \mathbf{(1 Punkt)} \\ \Delta \dot{x}_2 &= k_1^+ 3c_{A0}^2 \Delta x_1 - (k_1^- + k_2^+) \Delta x_2 + k_2^- \Delta x_3, \quad \mathbf{(1 Punkt)} \\ \Delta \dot{x}_3 &= k_2^+ \Delta x_2 - k_2^- \Delta x_3, \quad \mathbf{(0.5 Punkte)} \\ \Delta y &= \Delta x_3, \quad \mathbf{(0.5 Punkte)} \\ \text{mit } \Delta x_1(0) &= 0, \quad \Delta x_2(0) = 0, \quad \Delta x_3(0) = 0. \quad \mathbf{(1 Punkt)}\end{aligned}$$

In Matrix-Vektor-Schreibweise **(1 Punkt)**:

$$\begin{aligned}\Delta \underline{\dot{x}} &= \begin{bmatrix} -9k_1^+ c_{A0}^2 & 3k_1^- & 0 \\ 3k_1^+ c_{A0}^2 & -(k_1^- + k_2^+) & k_2^- \\ 0 & k_2^+ & -k_2^- \end{bmatrix} \Delta \underline{x}, \quad \Delta \underline{x}(0) = \underline{0}, \\ \Delta y &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Delta \underline{x}.\end{aligned}$$

Wird das linearisierte System gleich in Matrix-Vektor-Schreibweise angegeben, gibt es auch dafür die o.g. Punkte für Systemgleichungen, Ausgangsgleichung und Anfangsbedingungen.

d) Das an $\underline{x}_0 = [2, 2, 4]^T$ linearisierte System lautet **(1 Punkt)**:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{\underline{x}} &= \begin{bmatrix} -36 & 12 & 0 \\ 12 & -6 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} \Delta \underline{x}, \quad \Delta \underline{x}(0) = \underline{0}, \\ \Delta y &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Delta \underline{x}.\end{aligned}$$

Das charakteristische Polynom der Systemmatrix lautet **(1 Punkt)**:

$$\begin{aligned}\det(sI - A) &= \det \left(\begin{bmatrix} s + 36 & -12 & 0 \\ -12 & s + 6 & -1 \\ 0 & -2 & s + 1 \end{bmatrix} \right) \\ &= (s + 36)(s + 6)(s + 1) - 144(s + 1) - 2(s + 36) \\ &= (s^2 + 42s + 216)(s + 1) - 144(s + 1) - 2s - 72 \\ &= (s^3 + 42s^2 + 72s) + (s^2 + 42s + 72) - 2s - 72 \\ &= s(s^2 + 43s + 112)\end{aligned}$$

Es liegt ein Eigenwert bei $s = 0$ vor sowie zwei asymptotisch stabile Eigenwerte (Vorzeichenbedingung). Das System zeigt damit integratives Verhalten, ist also grenzstabil.

Es gibt **(1 Punkt)** für die Erkenntnis, dass das System nicht asymptotisch stabil ist, sowie weitere **(2 Punkte)** für das Erkennen der Grenzstabilität.

Aufgabe 5: (15 Punkte)

Gegeben ist folgendes System:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}} &= \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad \underline{x}(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \underline{x}.\end{aligned}$$

- Berechnen Sie die Transitionsmatrix für dieses System.
- Berechnen Sie den Verlauf von $y(t)$ für $t \geq 0$. Als Anregung wird eine Einheitsrampe verwendet: $u(t) = t$.

Lösung:

a) Das char. Polynom von A lautet:

$$\det(sI - A) = (s + 2)(s + 3) - 2 = s^2 + 5s + 4 = (s + 1)(s + 4).$$

Die Eigenwerte sind bei -1 und -4 (**1 Punkt**).

e^{At} kann nun etwa per Cayley-Hamilton bestimmt werden. Die Bestimmungsgleichungen für α_0 und α_1 lauten:

$$\begin{aligned}e^{-t} &= \alpha_0 + \alpha_1(-1), \\ e^{-4t} &= \alpha_0 + \alpha_1(-4).\end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= \frac{4}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{-4t}, \\ \alpha_1 &= \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{-4t}.\end{aligned}$$

Die gesuchte Fundamentalmatrix ist also (**5 Punkte**):

$$\begin{aligned}e^{At} &= \alpha_0 I + \alpha_1 A \\ &= \begin{bmatrix} \frac{4}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{-4t} & 0 \\ 0 & \frac{4}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{-4t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{2}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{-4t} & \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{-4t} \\ \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{2}{3}e^{-4t} & -\frac{3}{3}e^{-t} + \frac{3}{3}e^{-4t} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{1}{3}e^{-4t} & \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{-4t} \\ \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{2}{3}e^{-4t} & \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{-4t} \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

b) Allg. Ansatz für Systeme ohne Durchgriff (**2 Punkte**):

$$y(t) = Ce^{At}\underline{x}_0 + \int_0^t Ce^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau.$$

Zunächst wird der Ausdruck Ce^{At} bestimmt:

$$Ce^{At} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{1}{3}e^{-4t} & \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{-4t} \\ \frac{2}{3}e^{-t} - \frac{2}{3}e^{-4t} & \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{-4t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{1}{3}e^{-4t} & \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{-4t} \end{bmatrix}.$$

Analog ist $Ce^{At}B$:

$$Ce^{At}B = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{1}{3}e^{-4t} & \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{-4t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = -\frac{1}{3}e^{-t} - \frac{2}{3}e^{-4t}.$$

Nun kann $y(t)$ bestimmt werden:

$$\begin{aligned} y(t) &= \begin{bmatrix} \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{1}{3}e^{-4t} & \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{-4t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \int_0^t \left(-\frac{1}{3}e^{\tau-t} - \frac{2}{3}e^{4\tau-4t} \right) \tau d\tau \\ &= \frac{4}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{-4t} - \frac{1}{3}e^{-t} \int_0^t e^{\tau} \tau d\tau - \frac{2}{3}e^{-4t} \int_0^t e^{4\tau} \tau d\tau \end{aligned}$$

Die beiden verbleibenden Integrale lassen sich per partieller Integration bestimmen:

$$\begin{aligned} \int_0^t e^{\tau} \tau d\tau &= te^t - e^t + 1, \\ \int_0^t e^{4\tau} \tau d\tau &= \frac{1}{4}te^{4t} - \frac{1}{16}e^{4t} + \frac{1}{16}. \end{aligned}$$

Damit folgt:

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{4}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{-4t} - \frac{1}{3}e^{-t} (te^t - e^t + 1) - \frac{2}{3}e^{-4t} \left(\frac{1}{4}te^{4t} - \frac{1}{16}e^{4t} + \frac{1}{16} \right) \\ &= \frac{9}{24} - \frac{1}{2}t + e^{-t} + \frac{15}{24}e^{-4t}. \end{aligned}$$

Für den Rechenweg gibt es bis zu (**5 Punkte**), für das korrekte Ergebnis weiter (**2 Punkte**).

Aufgabe 6: (15 Punkte)

Im Laplace-Bereich sei folgende Übertragungsfunktion gegeben:

$$G(s) = \frac{s + a}{(s + 2)(s + b)(s + c)} e^{-ks}, \quad k \geq 0, \quad a, b, c \in \mathbb{R}.$$

- Charakterisieren Sie die Stabilität des Übertragungsverhaltens von $G(s)$ in Abhängigkeit der Parameter a, b, c und k .
- Leiten Sie einen Ausdruck für die Amplitude der komplexen Übertragungsfunktion in Abhängigkeit der Parameter a, b, c und k her. Geben Sie die Amplitude $A_{dB}(\omega)$ in Dezibel an! Werten Sie $A_{dB}(\omega)$ numerisch aus für $\omega = 0.1 \text{ rad/s}$ sowie für $\omega = 100 \text{ rad/s}$. Dabei sei $a = 1, b = 10, c = 5$ und $k = 0$.
- Es seien weiterhin $a = 1, b = 10, c = 5$ und $k = 0$. Zeichnen Sie ein Bode-Diagramm:

- Verwenden Sie für den Amplitudengang die Geradenapproximation. Geben Sie jeweils die Steigung der Geraden an.
- Der Phasengang lautet:

$$\varphi(\omega) = \arctan(\omega) - \arctan\left(\frac{\omega}{2}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{5}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{10}\right).$$

Legen Sie eine Wertetabelle an mit $\omega = [0.1, 0.4, 0.7, 1, 2, 20, 60, 100]$. Zeichnen Sie den Phasengang anhand dieser Wertetabelle.

Verwenden Sie zum Zeichnen des Bodediagramms ausschließlich einen der angehängten Vordrucke.

Lösung:

- Die Parameter a und k haben keinen Einfluss auf die Stabilität, da sie nicht im Nenner auftreten **(1 Punkt)**. Sind b und c positiv, ist das System asymptotisch stabil. Ist entweder $b = 0$ oder $c = 0$ und der andere Parameter positiv, so ist das System grenzstabil. Ansonsten ist es instabil **(1 Punkt)**.
- Der Amplitudengang lautet **(1 Punkt)**:

$$A(\omega) = \frac{\|j\omega + a\| \cdot \|e^{-kj\omega}\|}{\|j\omega + 2\| \cdot \|j\omega + b\| \|j\omega + c\|} = \frac{\sqrt{\omega^2 + a^2}}{\sqrt{\omega^2 + 4} \sqrt{\omega^2 + b^2} \sqrt{\omega^2 + c^2}}$$

Als Darstellungen in Dezibel kommen in Frage **(1 Punkt)**:

$$\begin{aligned} A_{dB}(\omega) &= 20 \log_{10} A(\omega) \\ &= 20 \log_{10} \sqrt{\omega^2 + a^2} - 20 \log_{10} \sqrt{\omega^2 + 4} - 20 \log_{10} \sqrt{\omega^2 + b^2} - 20 \log_{10} \sqrt{\omega^2 + c^2} \\ &= 10 \log_{10} (\omega^2 + a^2) - 10 \log_{10} (\omega^2 + 4) - 10 \log_{10} (\omega^2 + b^2) - 10 \log_{10} (\omega^2 + c^2) \end{aligned}$$

Speziell für die angegebenen Parameter gilt: $A_{dB}(0.1 \text{ rad/s}) = -39.9698 \text{ dB}$ sowie $A_{dB}(100 \text{ rad/s}) = -80.0554 \text{ dB}$ **(1 Punkt)**.

c) Mit den gegebenen Parametern gilt:

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+10)(s+5)}.$$

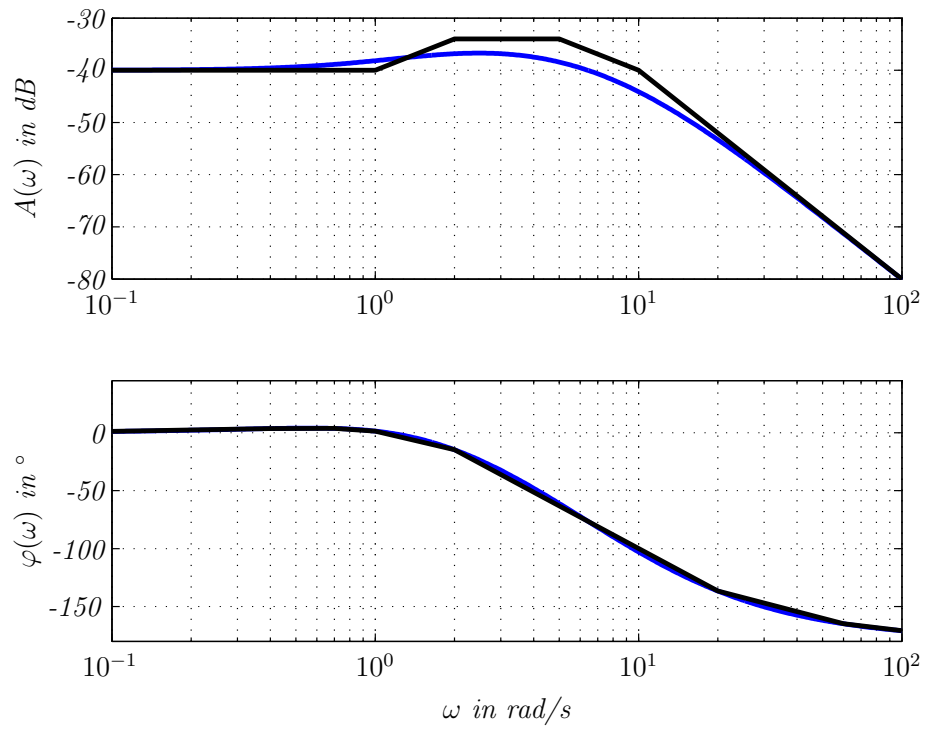
Die Steigungen der Geradensegmente im Amplitudendiagramm betragen (kann in Diagramm eingetragen werden): **(1 Punkt)**

Abschnitt	Steigung
bis 1 rad/s	0 dB/Dekade
1 rad/s bis 2 rad/s	$+20 \text{ dB/Dekade}$
2 rad/s bis 5 rad/s	0 dB/Dekade
5 rad/s bis 10 rad/s	-20 dB/Dekade
ab 10 rad/s	-40 dB/Dekade

Die gesuchte Wertetabelle für die Phase lautet **(4 Punkte)**:

ω in rad/s	$\varphi(\omega)$ in $^\circ$
0.1	1.1295
0.4	3.6269
0.7	3.7282
1	1.4144
2	-14.6764
20	-136.5505
60	-164.8197
100	-170.8542

Es ergibt sich damit das im Folgenden dargestellte Bode-Diagramm. In blau ist die analytische Lösung dargestellt, und in schwarz darüber die hier geforderte Approximation **(5 Punkte)**.



Punkte für Aufgabe 1: 15 von 15

Punkte für Aufgabe 2: 5 von 5

Punkte für Aufgabe 3: 5 von 5

Punkte für Aufgabe 4: 15 von 15

Punkte für Aufgabe 5: 15 von 15

Punkte für Aufgabe 6: 15 von 15

Insgesamt vergebene Punkte: 70 von 70